

**1. Tytuł cyklu WSiP:**

Akademia WSiP, matematyka: Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego  
Maciej Bryński  
Norbert Dróbka  
Karol Szymański

Kształcenie w zakresie rozszerzonym

**2. Etap edukacyjny:**

Proponuję przeprowadzić lekcję w klasie II, po bloku: *Figury geometryczne w przestrzeni*.

**3. Przedmiot:** Matematyka

**4. Czas trwania i miejsce:** 1 godzina lekcyjna, pracownia matematyczna lub geograficzna.

**5. Temat:** Długość i szerokość geograficzna.

**6. Wstęp:**

Wynalazcy z reguły znali i lubili matematykę. Wykorzystywali ją w różnorodny sposób. Warto poznać fakty z historii dotyczące metod określania długości i szerokości geograficznej.

**7. Cele lekcji:**

- Poznanie faktów historycznych dotyczących sposobów określania położenia (zmierzenia współrzędnych geograficznych) punktu, wpływu matematyki na rozwój najważniejszych problemów ludzkości.
- Utrwalenie pojęć długość i szerokość geograficzna.
- Utrwalenie pojęć: kąt pomiędzy prostą a płaszczyzną, kąt dwuścienny.
- Kształtowanie umiejętności dostrzegania i stosowania pojęć matematycznych w zadaniach łączących treści i pojęcia z różnych dziedzin nauki (integracja matematyczno-astronomiczno-fizyczna).

**8. Formy pracy:** zbiorowa.

**9. Metody pracy:**

- pogadanka
- metoda problemowa

**10. Pojęcia kluczowe:**

- Długość i szerokość geograficzna
- Kąt pomiędzy prostą a płaszczyzną
- Kąt dwuścienny

**11. Pomoce dydaktyczne:**

- Globus
- Tablice matematyczne
- Kalkulator
- Zasoby internetowe

## 12. Bibliografia:

- Matematyka nr 4/2004 WSiP „O problemie długości geograficznej i paru innych rzeczach”.
- Mirosław Grabowski „Zbiór zadań dla uczniów klas VII i VIII o zainteresowaniach matematycznych” Warszawa 1976
- Czesław Dysz „Geometria dla samouków cz. 2 stereometria” Warszawa 1966

## 13. Uwagi dla nauczycieli:

Tydzień wcześniej uczniowie przygotowują informacje dotyczące odkryć geograficznych oraz problemu określania położenia statku na morzu, roli zegara i obserwatoriów. (Internet i inne dostępne źródła)

## 14. Tok lekcji

I część:

Pogadanka na temat historii metod określania długości geograficznej. Uczniowie wykorzystują przygotowane wcześniej informacje.

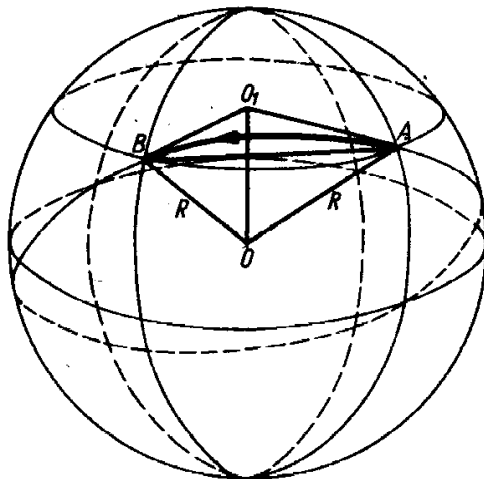
II część:

Wspólne rozwiązywanie zadań.

Zadanie 1.

Z miasteczka Senj w Chorwacji startuje samolot do Montrealu. Współrzędne geograficzne miasteczka Senj są następujące: długość geograficzna  $15^\circ$  Wsch., szerokość  $45^\circ$  Pn., współrzędne Montrealu: długość  $75^\circ$  Zach, szerokość  $45^\circ$  Pn. Samolot poleci po możliwie najkrótszej drodze. Zakładając, że Ziemia jest kulą oraz, że długość równika wynosi 40000 km, oblicz długość trasy samolotu.

Przewidywalne rozwiązanie uczniów (szkic).



A ( $15^\circ$  Wsch.  $45^\circ$  Pn.),

B ( $75^\circ$  Zach.  $45^\circ$  Pn.).

Wobec tego  $|\angle AO_1B| = 90^\circ$  i  $|\angle O_1AB| = |\angle O_1BA| = 45^\circ$ .

Zatem  $O_1A^2 + O_1B^2 = AB^2$  i  $O_1A = O_1B$ ,

Stąd  $AB = O_1A\sqrt{2}$ .

Ale  $O_1A = O_1O = (R\sqrt{2})/2$ , tak więc  $AB = R$ .

Ponieważ trójkąt ABO jest równoboczny, to  $|\angle AOB| = 60^\circ$ .

Tak więc długość trasy samolotu wynosi:

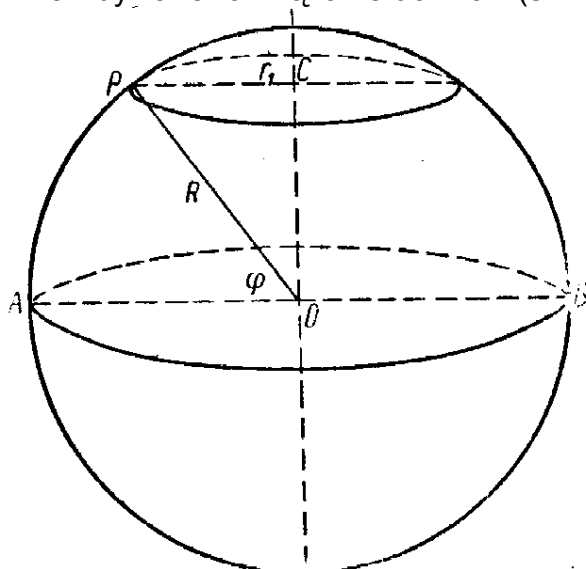
$$(2\pi R \cdot 60^\circ) / 360^\circ = (1/6) \cdot 2\pi R = (1/3) \cdot 20000 [\text{km}].$$

Samolot leci po okręgu koła wielkiego.

### Zadanie 2.

Szerokość geograficzna Poznania jest równa  $52^\circ 25'$ . Obliczyć, jaką prędkość liniową (obwodową) posiada Poznań w obrocie Ziemi dookoła osi. ( $R=6378$  km).

Przewidywane rozwiązanie uczniów (szkic):



Punkt P oznacza położenie Poznania, zaś przekrój AB płaszczyzną równika

$\angle AOP = \varphi$ . Punkt P, przy jednorazowym obrocie Ziemi dookoła swej osi, zakreśli okrąg o promieniu  $PC = r_1$ . Promień ten obliczymy z trójkąta prostokątnego OCP, w którym kąt OPC jest równy kątowi  $\varphi$ .

$r_1 = OP \cdot \cos \varphi$ , więc  $r_1 = R \cdot \cos \varphi$ .

Droga przebyta przez punkt P w ciągu doby wynosi więc:

$$S = 2\pi r_1 = 2\pi R \cos \varphi$$

Prędkość obwodowa punktu poruszającego się ruchem jednostajnym po obwodzie koła jest stosunkiem przebytej drogi do czasu, czyli

$$V = S/t = (2\pi R \cos \varphi) / 24 [\text{km/h}].$$

Po podstawieniu wartości liczbowych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy:  
 $V \approx 1018$  km/h.

III część:

Podsumowanie lekcji oraz sformułowanie problemu domowego:  
Określenie aktualnej szerokości geograficznej na podstawie pomiaru położenia słońca w południe w miejscu naszego pobytu. (Dysponując tabelami położenia Słońca w południe w inne dni.)

#### **15. Komentarz metodyczny.**

Wiadomości, umiejętności i nawyki zdobyte przez uczniów w trakcie ich aktywnej działalności matematycznej są o wiele trwalsze od tych kompetencji przyswojonych biernie. Pogadanka kształci umiejętności jasnego i poprawnego formułowania myśli oraz argumentowania i prostych rozumowań dedukacyjnych.

Metoda problemowa kształci umiejętności zbierania i analizowania informacji, przygotowuje uczniów do rozwiązywania rzeczywistych problemów matematycznych.

#### **16. Opis standardów i osiągnięć ucznia.**

Uczeń powinien znać i rozumieć:

- pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny
- pojęcie kąta dwuściennego i jego miary oraz wyznaczać te kąty
- rysować kulę i przekroje
- stosować twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkącie prostokątnym
- obliczać długość łuku wycinka kołowego
- stosować wzór na prędkość obwodową punktu poruszającego się ruchem jednostajnym po obwodzie koła.